

2019 年度一般入学試験(後期)

数 学 (問 題)

注 意

- 1) 数学の問題冊子は4ページあり、問題はⅠ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳの4題である。
- 2) 別に解答用紙1枚があり、**解答はすべてこの解答用紙の指定欄に記入すること。**
指定欄以外への記入はすべて無効である。なお、指定欄には答えだけでなく導出過程も簡潔に記述すること。計算や下書きは問題用紙の白紙・空白部分を利用して行うこと。
- 3) **解答用紙の所定欄に受験番号を記入しなさい。氏名を記入してはならない。**
なお、記入した受験番号が誤っている場合や無記入の場合は、**数学の試験が無効となる。**
また、*印の欄には何も記入してはならない。
- 4) 問題冊子は持ち帰ること。
- 5) 解答用紙は持ち出してはならない。
- 6) 試験終了時には、解答用紙を裏返しておくこと。解答用紙の回収後、監督者の指示に従い退出すること。

I 正の整数の組 (x, y, z) が $2x^2 + 2y^2 + z^2 + 2xy - 2xz - 2yz = 9$ を満たすとき、 $x + y + z$ の最大値を求めよ。

II 実数 a, b を用いて表される x の 4 次方程式 $x^4 + 4ax^3 + 2(2b - 1)x^2 + 4ax + 1 = 0$ のすべての解が, 複素数平面上で原点から等距離にある。この条件を満たす解が存在するような a, b の条件を求め, 点 (a, b) の存在範囲を ab 平面上に図示せよ。

Ⅲ A, B の 2 チームが対戦するある競技では、次のような方法でチームの勝ち負けを決定する。

競技の概要：両チームにはそれぞれ 5 人の競技者がおり、1 人ずつ交互に試行を行い、それぞれ成功と失敗が決まる。A チームの競技者は奇数番目に、B チームの競技者は偶数番目に試行する。

勝敗の決定：成功した試行数の多いチームが勝ちチーム、少ないチームが負けチームとなる。なお、全員の試行が終了した時点で、成功した試行数が両チーム同数の場合は、引き分けとする。

特別事項：ある試行が終了した時点で、それよりも後の試行の結果にかかわらず両チームの勝ち負けが確定する場合には、それよりも後の試行を行わない。

一人の競技者が試行に成功する確率を $\frac{1}{2}$ とするとき、以下の間に答えよ。

- (1) 最も少ない試行数で勝ち負けが確定するのは、両チームあわせて何番目の競技者の試行が終了した時点かを答えよ。またそれが起こる確率を求めよ。
- (2) 7 番目の競技者が試行を終了した時点で勝ち負けが確定する確率を求めよ。
- (3) 9 番目の競技者が試行を終了した時点で勝ち負けが確定するときに、A チームが勝ちチームとなる条件付き確率を求めよ。
- (4) 引き分けとなる確率を求めよ。

IV xy 平面上に、2次関数 $f(x) = x^2 + x$ を用いて $y = f(x)$ で表される曲線 C がある。この曲線 C 上の点 $(a_n, f(a_n))$ における C の接線が x 軸と交わる点の x 座標を a_{n+1} とする。このように、 a_1 から順に $a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ を定める。 $a_1 = \sqrt{2} + 1$ とするとき、以下の間に答えよ。ただし n は自然数とする。

- (1) 点 $(a_n, f(a_n))$ における C の接線の方程式を a_n を用いて表せ。
- (2) すべての n について $a_n > 0$ であることを示し、 a_{n+1} を a_n を用いて表せ。
- (3) $b_n = \frac{1}{a_n} + 1$ とおくと、 b_n と b_{n+1} の関係式を求め、数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (4) $a_7 < 10^{-k}$ を満たす最大の自然数 k を求めよ。ただし、必要があれば $\log_{10} 2$ を 0.3010 として計算してもよい。