

令和6年度一般選抜試験問題(後期)

数 学 (問 題)

注 意

- 1) 数学の問題冊子は7ページあり、問題はⅠ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳの4題である。
- 2) 別に解答用紙1枚があり、解答は問題ごとの指定欄に答えの導出過程を含めて簡潔に記入すること。なお、設問ごとに答えの記入欄がある場合は、その欄に記入すること。指定欄以外への記入はすべて無効である。計算や下書きは問題冊子の白紙・空白部分を利用して行うこと。
- 3) 解答用紙の所定欄に受験番号を記入しなさい。氏名を記入してはならない。
なお、記入した受験番号が誤っている場合や無記入の場合は、数学の試験が無効となる。
また、※印の欄には何も記入してはならない。
- 4) 問題冊子は持ち帰ること。
- 5) 解答用紙を持ち出してはならない。
- 6) 試験終了時には、解答用紙を裏返しておくこと。解答用紙の回収後、監督者の指示に従い退出すること。

I 表裏のある 6 枚のカードを横一列にすべて裏向きで並べる。この 6 枚のカードに対して、次の 3 つの操作を、操作 1，操作 2，操作 3 の順に行う。

- ・操作 1：6 枚のカードの中から 1 枚のカードを無作為に選んで裏返す。
- ・操作 2：6 枚のカードの中から、隣り合う 2 枚のカードを無作為に選び、
これら 2 枚のカードを裏返す。
- ・操作 3：6 枚のカードの中から、連続して並ぶ 3 枚のカードを無作為に選び、
これら 3 枚のカードを裏返す。

ここで、カードを裏返すとは、表を向いているカードは裏を向け、裏を向いているカードは表を向けることを意味する。以下の確率を求めよ。なお、各設問の答えは既約分数で表すこと。

- (1) 操作 2 が終了した時点でちょうど 3 枚のカードが表を向いている確率

- (2) 操作 3 が終了した時、6 枚のカードがすべて表を向いている確率

- (3) 操作 3 が終了した時、ちょうど 4 枚のカードが表を向いている確率

- (4) 操作 3 が終了した時、ちょうど 2 枚のカードが表を向いている確率

II $0 \leq x$ の範囲で定義される関数 $f(x) = 2\sqrt{x}$ と $g(x) = \frac{6x}{2x+1}$ がある。

$y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフで囲まれる部分の面積を S とするとき、以下の設問に答えよ。

(1) S の値を求めよ。

(2) $0 < S < \frac{1}{8}$ であることを示せ。なお必要があれば、自然対数の底 e が $2.71 < e < 2.72$ を満たすことを用いてよい。

Ⅲ 数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 n 項までの和を S_n とする。

$\{a_n\}$ を $a_1 = 2$, $a_{n+1} = S_n - n(n - 4)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定めるとき,
 a_n と S_n をそれぞれ n の式で表せ。

IV xy 平面上の放物線 $H: y = x^2$ と、中心を Q とする円 E が異なる 4 点 A, B, C, D で交わっており、 A, B, C, D の x 座標をそれぞれ a, b, c, d (ただし $a < b < c < d$) とする。ここで、直線 AC と直線 BD が直交し、線分 BD の中点 M は直線 AC 上にあり、 $AC = \sqrt{2} BD$ であるとする。以下の設問に答えよ。

(1) $a + c$ の値を求めよ。

(2) Q と M の x 座標をそれぞれ求めよ。

(3) 円 E の方程式を求めよ。