医　学　部

令和６年度一般選抜試験問題（前期）

数　　学（問　題）

注　意

1)　数学の問題冊子は７ページあり，問題はⅠ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳの４題である。

2)　別に解答用紙１枚があり，**解答は問題ごとの指定欄に答えの導出過程を含めて簡潔に記入すること。なお，設問ごとに答えの記入欄がある場合は，その欄に記入すること。**指定欄以外への記入はすべて無効である。計算や下書きは問題冊子の白紙・空白部分を利用して行うこと。

3)　**解答用紙の所定欄に次のとおり受験番号を記入しなさい。氏名を記入してはならない。**

・**一般選抜試験のみを志願する受験者は一般の欄に受験番号を記入する。**

・**併用試験のみを志願する受験者は併用の欄に受験番号を記入する。**

・**一般選抜試験と併用試験の両方を志願する受験者は一般と併用の両方の欄にそれぞれの受験番号を記入する。**

なお，記入した受験番号が誤っている場合や無記入の場合は，数学の試験が無効となる。また，※印の欄には何も記入してはならない。

4)　問題冊子は持ち帰ること。

5)　解答用紙を持ち出してはならない。

6)　試験終了時には，解答用紙を裏返しておくこと。解答用紙の回収後，監督者の指示に従い退出すること。

I　nを3以上の整数とする。2つの変量x, yのデータが, n個のx, yの値の組として$(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$, $\cdots$, $(x_n,\ y_n)$で与えられている。このk番目$(1 \leqq k \leqq n)$のデータが定数$a\left(0 \leqq a \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$を用いて次のように表されているとき, 以下の設問に答えよ。

$$(x_k,\ y_k) = \left(\cos\left(\frac{2\pi k}{n} + a\right),\ \cos\left(\frac{2\pi k}{n} - a\right)\right)$$

(1)　絶対値が1である複素数α, βについて, $\alpha \neq 1$, $\alpha^n = 1$ であるとき, 次の値を求めよ。

$$\sum_{k=1}^{n} \alpha^k \beta$$

(2)　xとyの相関係数を求めよ。

Ⅱ　nを正の整数とする。a_n，a_{n-1}，…，a_2，a_1を，それぞれ0または1とするとき，$a_n \times (-2)^{n-1} + a_{n-1} \times (-2)^{n-2} + \cdots + a_2 \times (-2)^1 + a_1$ と表される整数を$[a_n a_{n-1} \cdots a_2 a_1]$と表現する。例えば，

$[110] = 1 \times (-2)^2 + 1 \times (-2)^1 + 0 = 2$ であり，

$[1110] = 1 \times (-2)^3 + 1 \times (-2)^2 + 1 \times (-2)^1 + 0 = -6$ である。

また，あるnに対して$[a_n a_{n-1} \cdots a_2 a_1]$と表すことのできる整数全体の集合を$S_n$とする。例えば，$S_1 = \{0, 1\}$，$S_2 = \{-2, -1, 0, 1\}$ である。以下の設問に答えよ。

(1)　S_3を要素を書き並べて表せ。答えだけで良い。

(2)　S_nの要素は連続する2^n個の整数であることを示せ。さらにS_nの要素xに対して，$x = [a_n a_{n-1} \cdots a_2 a_1]$ と表すことのできるa_n，a_{n-1}，…，a_2，a_1の組は，ただ一通りであることを示せ。

(3)　-24を$[a_n a_{n-1} \cdots a_2 a_1]$と表せ。

(4)　2024を$[a_n a_{n-1} \cdots a_2 a_1]$と表せ。

Ⅲ　複素数平面上に，原点Oと点A(a)をとる。ただしaは実数の定数で$0 < a$を満たす。点zが線分OAの垂直二等分線上を動くとき，$w_1 = z^2$で表される点w_1と，$w_2 = -\dfrac{1}{z}$で表される点w_2が描く図形をそれぞれC，Dとする。CとDの共有点の個数を求めよ。

Ⅳ　平面上に，半径1の円O_1，半径4の円O_2，半径rの円O_3と，3本の直線l_1，l_2，l_3を，次の条件をすべて満たすように定める。

・円O_1は直線l_1に点Aで接し，直線l_2はAを通って直線l_1に直交する。

・円O_2は，中心がl_2上にあり，かつAとは異なる点でO_1に外接している。

・円O_3は，O_1，O_2のどちらにも外接し，かつl_1に点Bで接する。

・直線l_3は，O_2とO_3の共通接線でありO_1と共有点を持たない。

l_3とl_1の交点をC，l_3とl_2の交点をDとするとき，以下の設問に答えよ。

(1)　rの値を求めよ。

(2)　線分ABの長さを求めよ。

(3)　線分ACの長さを求めよ。

(4)　線分ADの長さを求めよ。