

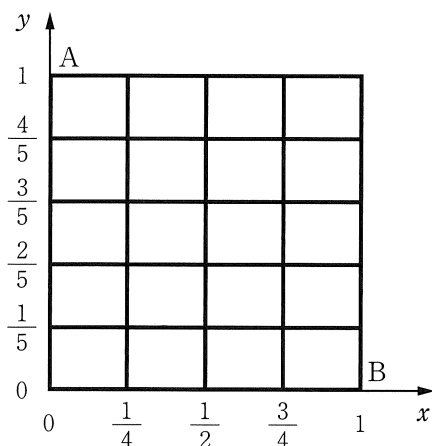
令和 7 年度一般選抜試験問題(後期)

数 学 (問 題)

注 意

- 1) 数学の問題冊子は 7 ページあり、問題はⅠ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳの 4 題である。
- 2) 別に解答用紙 1 枚があり、**解答はすべてこの解答用紙の指定欄に、各問題の指示に従って記入すること。指定された枠外への記入はすべて無効である。**計算や下書きは問題冊子の白紙・空白部分を利用して行うこと。
- 3) **解答用紙の所定欄に受験番号を記入しなさい。氏名を記入してはならない。**
なお、記入した受験番号が誤っている場合や無記入の場合は、**数学の試験が無効となる。**また、※印の欄には何も記入してはならない。
- 4) 問題冊子は持ち帰ること。
- 5) 解答用紙を持ち出してはならない。
- 6) 試験終了時には、解答用紙を裏返しておくこと。解答用紙の回収後、監督者の指示に従い退出すること。

- I xy 座標平面上に下図の太線で示すような格子状の道路を設定し、この道路のみを通して移動する点を考える。今、ある点が、点 $A(0, 1)$ から点 $B(1, 0)$ まで最短の道のりで移動する。この点が移動する経路と、 x 軸、 y 軸によって囲まれた範囲の面積を S とする。囲まれる部分がないときは $S = 0$ とする。



以下の設問に答えよ。なお、答えの導出過程は枠内に簡潔に記入し、各設問の答えは指定欄にそれぞれ記入すること。

- (1) A から B へ移動する道順が何通りあるか求めよ。
- (2) A から B へ移動する道順で、 S が $\frac{2}{5}$ となるものは何通りあるか求めよ。
- (3) A から B へ移動する道順で、 S が $\frac{3}{4}$ となるものは何通りあるか求めよ。
- (4) A から B へ移動する経路の途中の点の座標を (x, y) と表す。(3) で求めた道順をすべて考えた時に、 $x + y$ のとりうる値の範囲を求めよ。

Ⅱ 実数 a を用いて、関数 $f(x)$ を $f(x) = x^4 - 6x^2 - 4ax$ と定める。 α, β, γ が互いに異なる実数であるとき、 $f(x)$ は $x = \alpha, x = \beta, x = \gamma$ でそれぞれ極値をとる。以下の設問に答えよ。なお、答えの導出過程は枠内に簡潔に記入し、各設問の答えは指定欄にそれぞれ記入すること。

(1) a のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) $(1 - \alpha)(1 - \beta)(1 - \gamma)$ を a を用いて表せ。

(3) $(1 + \alpha)(1 + \beta)(1 + \gamma)$ を a を用いて表せ。

(4) $(1 - \alpha^2)(1 - \beta^2)(1 - \gamma^2)$ のとりうる値の範囲を求めよ。

Ⅲ 数列 $\{a_n\}$ を, $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $na_{n+2} - 2(n+1)a_{n+1} + (n+2)a_n = 0$
($n = 1, 2, 3, \dots$) と定める。また, $\{a_n\}$ の階差数列 $\{b_n\}$ を $b_n = a_{n+1} - a_n$
($n = 1, 2, 3, \dots$) と定める。以下の設問に答えよ。

(1) b_{n+1} を b_n を用いて表せ。

(2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

IV θ を $0 < \theta < \pi$ の範囲を動く媒介変数とする。原点を O とする xy 平面上に、点 $A(\cos \theta, \sin \theta)$ 、点 $B(\cos 2\theta, \sin 2\theta)$ 、点 $D\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$ をとる。線分 AB を $1 : 2$ に内分する点を N とし、 N の軌跡を C とする。このとき、以下の設問に答えよ。

- (1) $OA \parallel DN$ であることを示せ。
- (2) DN の長さを θ を用いて表せ。
- (3) C の概形を描け。
- (4) 直線 AB は C に接することを示せ。